

文章编号: 1000-7598-(2005) 01-0101-04

无粘性土的一种破坏准则

孔德志, 朱俊高

(河海大学 岩土工程研究所 江苏 南京 210098)

摘 要: 研究表明, 在三轴压缩和伸长试验条件下, 土的抗剪强度与莫尔-库仑准则是一致的, 而对于一般应力状态下, 土体破坏时的应力状态与莫尔-库仑准则有一定的出入。结合以往的真三轴试验结果, 建议了一个复杂应力状态下的等效内摩擦角, 在此基础上提出了一个考虑中主应力影响的无粘性土 ($c=0$) 的破坏准则。通过和真三轴试验结果比较, 发现该准则在 π 平面内比莫尔-库仑准则更接近于试验结果。该准则有望推广应用到粘性土中。

关 键 词: 破坏准则; 真三轴; 无粘性土; 等效内摩擦角; 平面应变

中图分类号: TU 43

文献标识码: A

A Failure Criterion of Cohesion less Soils

KONG De-zhi, ZHU Jun-gao

(Research Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Studies have indicated that the shear strength of soils is influenced by the intermediate principle stress. Generally, the shear strength of soils is correspondent with Mohr-Coulomb criterion under the condition of compression and extension in triaxial tests; but in the condition of three-dimensional stresses, soils have a higher shear strength, and the failure points on π -plane are beyond Mohr-Coulomb criterion. Based on true triaxial tests, this paper proposes an angle of equivalent internal friction and a failure criterion for cohesionless soils. The criterion can take into account the influence of intermediate principle stress. Compared with the results of true triaxial tests, it is found that this failure criterion is better than Mohr-Coulomb criterion. It is promising that the failure criterion can be applied to the cohesive soils in the future.

Key word: failure criterion; true triaxial; cohesionless soil; angle of equivalent internal friction; plane strain

1 前 言

关于中主应力对砂土抗剪强度影响的研究, 以往多局限于轴对称三轴压缩和伸长两种试验结果的比较。早在 1936 年克杰尔曼 (Kjellman) 就对砂进行了最早的真三轴试验研究, 得出了三轴压缩与伸长的有效内摩擦角基本相同的结论。1957 年基尔克派屈里克 (Kirkpatrick) 和 1963 年吴 (Wu) 等进行了砂的厚壁空心圆柱体三轴剪切试验, 结果表明, 在八面体 π 平面上, 破坏点落在莫尔-库仑准则与推广的屈雷斯加准则之间, 且更接近于莫尔-库仑准则。1966 年毕肖普 (Bishop) 对若干砂进行了三轴压缩和伸长、平面剪等试验, 结果表明, 在前两种极端情况下强度指标 ϕ 一致, 但 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 情况下, ϕ

有所提高, 但又不如推广的米西斯和推广的屈雷斯加准则那么显著。

由于种种原因, 长期以来, 在挡土墙土压力、土坡及地基的稳定分析中, 都以剪切破坏作为设计依据, 并一直采用莫尔-库仑破坏准则, 即

$$\tau = \sigma \tan \phi_0 + c \quad (1)$$

式中 c , ϕ_0 为土的抗剪强度参数, 通称为粘聚力和内摩擦角; τ , σ 为剪切面上的剪应力和正应力。

早年的理论研究以及后来的实践证明, 由于此破坏准则未考虑中主应力的影响, 故按此准则设计的工程是偏于安全的。近 30 多年来提出了不少考虑中主应力影响的破坏准则, 经分析比较, 普遍结论是平面应变情况下的强度要比轴对称为大, 并为一

收稿日期: 2003-09-30

修改稿收到日期: 2004-01-06

作者简介: 孔德志, 1978 年生, 男, 河海大学岩土工程专业硕士研究生, 主要从事土体三维非线性本构模型的研究。

论文联系人: 朱俊高, 1964 年生, 男, 博士, 教授, 主要从事土石坝数值计算研究, 电话: 025-3787217。E-mail: zhujungao@hhu.edu.cn

些试验所证实。故用常规三轴试验的指标直接应用于一般应力状态下进行计算分析,尚有一定的潜能未被挖掘出来。

为了充分发挥土体的抗剪强度,本文基于上述思想,提出了一个考虑中主应力的土体等效内摩擦角 φ_b 的经验计算公式及一个适用于无粘性土的破坏准则,希望能够为工程设计提供参考依据。

2 φ_b 与中主应力参数 b 值的关系^[1]

根据在三轴压缩和伸长试验条件下,土的抗剪强度指标基本相等,而对于一般应力状态下,强度指标较莫尔-库仑准则为大这样的试验现象,笔者建议了式(2)所示的土体等效有效内摩擦角 φ_b 的经验计算公式。

$$\sin \varphi_b = \sin \varphi_0 + (1 - \sin \varphi_0) \sin \varphi_{23} \sin \varphi_{12} \quad (2)$$

式中, φ_b , φ_0 分别为土体在三维应力状态下的等效有效内摩擦角和轴对称应力状态下的有效内摩擦角; φ_{23} , φ_{12} 分别对应着图 1 中 2 个小莫尔圆的切线倾角。

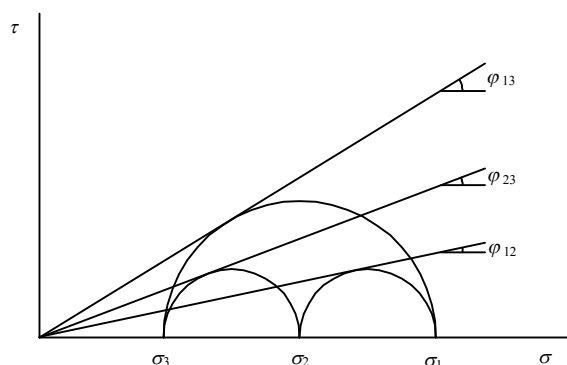


图 1 3 个莫尔圆示意图
Fig.1 Sketch of three Mohr's circles

对于无粘性土, $c = 0$ 。于是由式(2)可进一步推得下式:

$$\sin \varphi_b = \sin \varphi_0 + (1 - \sin \varphi_0) \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_2 + \sigma_3} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \quad (3)$$

假设 $\varphi_b = \varphi_{13}$, 即式(2)中的 φ_b 对应着图 1 中最大莫尔圆的切线倾角。这里的 φ_{13} 并不等同于 φ_0 , 在三维应力状态下前者大于后者,而在轴对称状态下两者相等。在这样的假设前提下, 则有下式成立。

$$\sin \varphi_b = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \quad (4)$$

式(3), (4)中的 σ_1 , σ_2 , σ_3 均指三维应力状态下的大、中、小主应力。

将中主应力参数 b 引入到式(3)中(b 的表达式

见式(5)), 并利用式(4)即可推出 φ_b 与 b 的关系式(6)。

$$b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (5)$$

$$\sin \varphi_b = \sin \varphi_0 + \frac{b(1-b)(1-\sin \varphi_0) \sin^2 \varphi_b}{[1+(b-1)\sin \varphi_b](1+b\sin \varphi_b)} \quad (6)$$

式(6)是一个关于 $\sin \varphi_b$ 的隐式方程, 通过数值迭代或将其转化成 $\sin \varphi_b$ 的 3 次非线性方程求根, 可得土体一般应力状态下的等效有效内摩擦角与 b 值的关系。取 $\varphi_0 = 25^\circ \sim 50^\circ$, 步长 5° , $b=0 \sim 1$, 步长 0.1, 通过电算可得 φ_b 与 b 值的关系曲线, 见图 2。

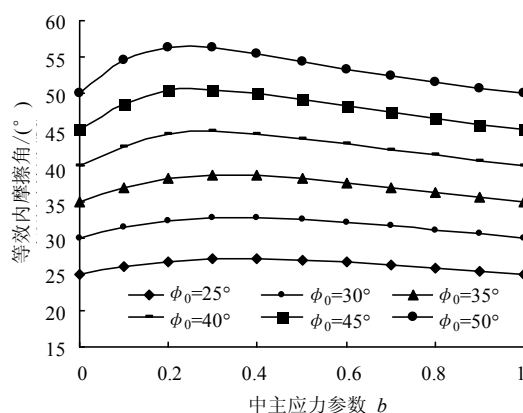


图 2 φ_b - b 关系曲线图
Fig.2 The curve of relationship between φ_b and b

从图中可以看出, 随着 b 值的增加, 内摩擦角先是逐渐增大, 然后又逐渐减小, 但都始终比普通三轴压缩应力状态下的强度指标高一些。而且, φ_b 与 b 的关系还呈现出这样一个规律: 随着 φ_0 的不断增大, φ_b 增加的幅度也越来越大。也就是说, 中主应力对强度的影响随着 φ_0 自身的增大而不断增强; 并且, 明显地可以看出, φ_b 与 b 的曲线峰值点的位置随着 φ_0 的增加而往左移动, 即向 b 值减小的方向移动。

3 无粘性土破坏准则的提出

将式(4)代入式(3), 可进一步推出关于无粘性土的一个破坏准则:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} - (1 - \sin \varphi_0) \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_2 + \sigma_3} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} = \sin \varphi_0 \quad (7)$$

为验证式(7)的适用性, 将本文提出的破坏准则与莫尔-库仑准则、Lade-Duncan 准则、SMP 准则^[2]同时画在 π 平面上进行比较, 取 $\varphi_0 = 48.5^\circ$, 破坏面如图 3 所示。

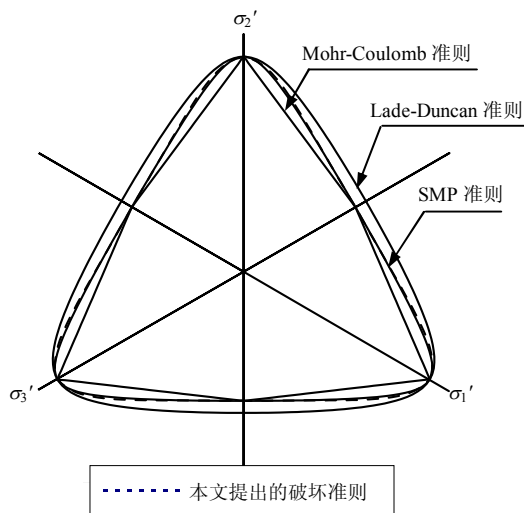


图 3 π 平面上的各种破坏准则
Fig.3 Failure criteria on π plane

由图可以看出，本文提出的破坏准则对应的破坏面略大于 SMP 准则的破坏面，其破坏面曲线连续光滑，外接莫尔-库仑不等角 6 边形的 6 个顶点。笔者曾对 φ_0 取不同值，并分别画出它们在 π 平面上的破坏面曲线，比较后发现变化规律同上面 φ_b - b 关系曲线的变化规律一样，即中主应力对强度指标的影响是随着 φ_0 的不断增大而不断增强的。本文破坏准则对应的破坏面在 φ_0 值较大时，包围在 SMP 准则破坏面外围，而当 φ_0 值较小时，则是被 SMP 准则破坏面所包围。两者刚好重合的临界内摩擦角大约为 42° 。当 φ_0 值变大时，本文破坏准则对应的破坏面将逐渐从曲边三角形变化到近似直边三角形的形状，这同 SMP 准则破坏面的变化规律是一致的，这也说明无论 φ_0 值有多大，破坏面都不会出现凹面，这是合理的。

4 破坏准则的试验验证

验证一

图 4 是中井照夫和松冈元所做的丰浦砂试验^[3]，该砂的内摩擦角 $\varphi_0 = 41^\circ$ ， $\tau_{smp} / \sigma_{smp} = 0.82$ 。把丰浦砂在真三轴试验中破坏时的应力状态以及三轴压缩、拉伸试验结果表示在 π 平面上，可以看出，本文破坏准则的破坏面几乎和 SMP 准则的重合，与试验结果吻合的较好。

验证二

试验材料为拉德所做的 Monterey 松砂与紧砂^[4]，对应的三轴压缩情况下的内摩擦角分别为 38.6° 、 48.5° 。笔者将 Lade-Duncan 准则与 SMP 准则对应的 φ_b - b 的关系与本文提出的关系相对比，从图 5 可以看出，拉德他们所做的试验结果与其提出的准则

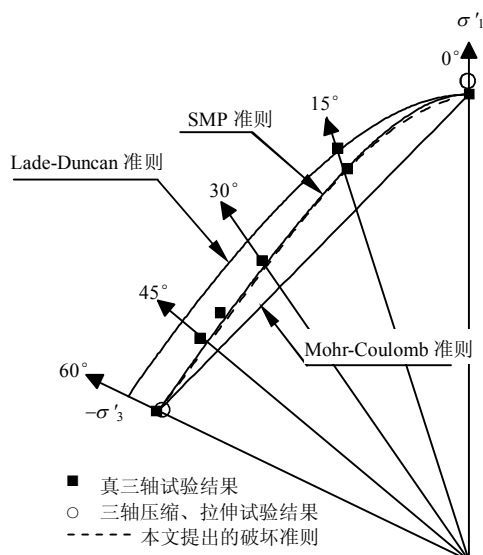


图 4 π 平面上丰浦砂破坏时的应力状态
Fig.4 Stress of Fengpu sand under failure condition on π plane

较为吻合，SMP 准则对应的 φ_b - b 之间的曲线关系较拉德试验结果低一些。本文提出的 φ_b - b 关系在 $b=0 \sim 0.5$ 的范围内与拉德的 Monterey 松砂与紧砂试验结果比较吻合；当 $b > 0.5$ 时，误差偏大。可以看出，本文提出的 φ_b - b 关系曲线和 SMP 准则的相比，两者线形相似，并且，当 φ_0 值较低时，本文的 φ_b - b 关系曲线要比 SMP 准则的低一些， φ_0 值较高时，又比 SMP 准则的高一些，但多数情况下与 SMP 准则接近，并且在 b 值较小时，本文准则要比 SMP 准则略接近试验资料。

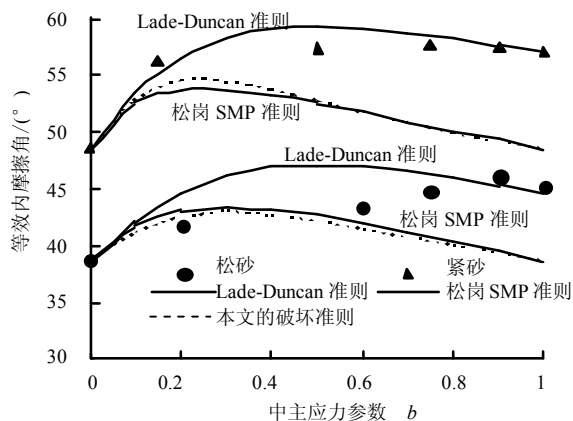


图 5 拉德试验结果
Fig.5 Lade's test results

验证三

Sutherland 曾用立方体试样做过一些中细砂的试验^[5]。将其试验结果整理成 φ_b - b 的关系示于图 6，图中 n 表示砂土的孔隙率，对应孔隙率 $n=0.37, 0.42$ ； $\varphi_0 = 40.2^\circ$ ， 31.8° 。如图所示，本文准则均低于

Lade-Duncan 准则与 SMP 准则,但在 $b=0\sim 0.5$ 的范围内与试验结果吻合的最好,说明还是合理的。

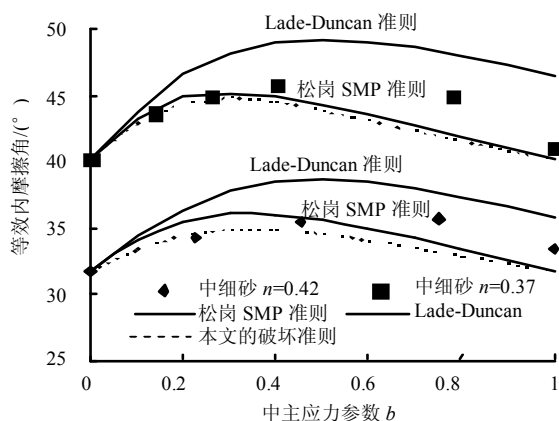


图 6 Sutherland 试验结果
Fig.6 Sutherland's test results

5 结 语

基于三轴压缩和伸长试验条件,土的抗剪强度指标相同,且与莫尔-库仑准则一致,而在一般应力状态下,则较莫尔-库仑准则为大这样的试验现象,结合以往的真三轴试验提出了一个考虑中主应力影响的 φ_b 的关系式及与之对应的一个关于无粘性土的破坏准则。 φ_b 的提出有望应用到 Duncan-Chang 模型中,用之代替 φ_0 而使 Duncan-Chang 模型能够考虑中主应力的影响。

本文还列举了著名的 Lade-Duncan 准则和 SMP 准则,并将这些准则和本文的准则进行了综合比较,可以看出,每种准则都有各自的适用范围,本文准

则和 SMP 准则属于一类,适用于三轴压缩与伸长强度指标相差较小的土类^[6];Lade-Duncan 准则适用于三轴压缩与伸长强度指标相差较大的土类,通常是三轴伸长强度指标要大于三轴压缩的强度指标^[6]。莫尔-库仑准则是土力学中最经典的强度模型,但由于未考虑中主应力对土的抗剪强度指标的放大效应,因此,据其计算土的抗剪强度是偏小的。通过上面试验结果的验证,可以看出,本文准则介于 Lade-Duncan 准则与莫尔-库仑准则之间,与 SMP 准则接近。因此,可以认为该准则较真实地反映了土体的破坏强度。

参 考 文 献

- [1] 方开泽. 土的破坏准则—考虑中主应力的影响[J]. 华东水利学院学报, 1986, 14(2):70—81.
- [2] 罗汀, 姚仰平, 松冈元. 基于 SMP 准则的土的平面应变强度公式 [J]. 岩土力学, 2000, 21(4): 390—393.
- [3] 松冈元著, 罗汀, 姚仰平编译. 土力学[M]. 中国水利水电出版社, 2001.
- [4] Lade P V, Duncan, J M Cubical triaxial tests on cohesionless soil[J]. J. S. M. F. D, 1973, 10(SM): 793—812.
- [5] H B Sutherland, M S Mesdary, the influence of the intermediate principal stress on the strength of sand, [A]. Proceedings of the 7th ICSMFE[C]. Mexico:[s.n]. 1969, (1): 391—399.
- [6] 姚仰平, 谢定义. 砂土的形变能破坏准则[J]. 西安理工大学学报, 1994, 10(1): 42—46.

上接第 100 页

因此,在基坑工程设计中,如果采用常规三轴试验结果计算基坑外侧主动土压力时,计算结果必然与实际情况不符。因此,为了真实地反映基坑开挖过程对基坑周围土体的卸荷扰动影响,采用模拟基坑开挖过程的三轴试验的强度指标计算相应的土压力值才更符合实际情况。

4 结 论

(1) 基坑开挖卸荷后,基坑外侧土体无论土的类别及历史成因如何,其三轴试验的抗剪强度指标均有所降低,这对基坑工程设计中土压力的计算必然产生相应的影响。因此,在基坑工程设计中应引起重视。

(2) 基坑开挖卸荷对土样抗剪强度指标的影响可从土的微观结构变化加以定量分析。经历了侧向卸荷过程的土样,其孔隙率较常规三轴试验土样大,土样的密实程度介于原状土及常规三轴试验土样之间。这使得经过侧向卸荷过程后的三轴试验土样抵抗剪切破坏的能力小于常规三轴试验。

参 考 文 献

- [1] 窦宜、盛树馨、马梅英,土工实验室测定技术[M]. 北京:水利电力出版社, 1987. 269—272.
- [2] 钱家欢、殷宗泽,土工原理与计算[M]. 北京:中国水利水电出版社, 1996. 274.
- [3] GB/T50123-1999, 土工试验方法标准[S].